Lorestan University

Applied Researches in Water Engineering Vol. 1, No. 1, Autumn & Winter 2023,

Original Paper p. 65-73

https://doi.org/10.22034/arwe.2024. 2020370.10008

ARWE

Estimation of confidence interval of Kostiakov model coefficients in different soil textures

Abbas Parsaie[1*]

1- Assistant Professor, Department of Hydraulic Structures Engineering, Faculty of Water and Environmental Engineering, Shahid Chamran University, Ahvaz, Iran.

[*]Corresponding Author, E-mail address: Parsaie@scu.ac.ir

Received: 14 January 2024/ **Revised**: 12 March 2024/ **Accepted**: 13 March 2024

Abstract

Modeling the uncertainty of the parameters of a mathematical model during the calibration process is very important in making decisions about its performance. The texture of the soil is one of the main factors of the uncertainty of soil infiltration. In this research, the Kostiakov model was fitted to the data of cumulative soil infiltration considering eight different soil textures from sandy to clay. In the following, using the Monte Carlo method and performing 1000 simulations for each of the soils texture, the range of coefficients of the Kostiakov model was calculated within the 95% confidence level. The obtained results showed that there is a very good agreement between the results of Kostiakov's model and the observational data. In general, it was found that the uncertainty of Kostyakov model coefficients in silty loam and clay loam soils is more than other soil textures. The lowest uncertainty of the coefficients of this model is in soils with silty-clay-loamy, sandy-clay-loamy, loamy and clayey textures.

Keywords: Monte Carlo algorithm, soil infiltration models, Soil texture, uncertainty.

پژوهش‌های کاربردی مهندسی آب، شماره ۱، دوره ۱، پاییز و زمستان ۱۴۰۲

مقاله پژوهشی، صفحه‌های ۷۳-۶۵

https://doi.org/10.22034/arwe.2024. 2020370.10008

دانشگاه لرستان

ARWE

تخمین فاصله اطمینان ضرایب مدل کوستیاکوف در بافت‌های مختلف خاک

عباس پارسایی[1*]

۱- استادیار، گروه مهندسی سازه های آبی، دانشکده مهندسی آب و محیط زیست، دانشگاه شهید چمران اهواز، اهواز، ایران.

[*]**نویسنده مسئول، آدرس ایمیل:** Parsaie@scu.ac.ir

دریافت: ۲۴ دی ماه ۱۴۰۲/ **اصلاحات:** ۲۲ اسفند ماه ۱۴۰۲/ **پذیرش:** ۲۳ اسفند ماه ۱۴۰۲

چکیده

مدل‌سازی عدم‌قطعیت پارامترهای یک مدل ریاضی در طول فرایند واسنجی در تصمیم‌گیری در مورد عملکرد آن بسیار مهم است. بافت خاک یکی از عوامل اصلی عدم‌قطعیت مسئله نفوذ آب در خاک است. در این تحقیق مدل کوستیاکوف به داده‌های نفوذ تجمعی آب در هشت بافت مختلف خاک از ماسه ای تا رسی برازش داده و ضرایب آن برای هریک از بافت‌های خاک واسنجی شد. در ادامه با استفاده از روش مونت‌کارلو و اجرای ۱۰۰۰ شبیه‌سازی برای هریک از بافت‌های خاک‌ها، ضرایب مدل کوستیاکوف در محدوده سطح اطمینان ۹۵ درصد محاسبه گردید. نتایج نشان داد که در مرحله واسنجی، تطابق بسیار خوبی بین نتایج مدل کوستیاکوف و داده‌های مشاهداتی وجود دارد. نتایج آنالیز مونت کارلو مشخص کرد که عدم‌قطعیت ضرایب مدل کوستیاکوف در خاک‌های سیلتی-لومی و رسی-لومی بیش از سایر بافت‌های خاک است. کمترین عدم‌قطعیت ضرایب این مدل در خاک‌هایی با بافت سیلتی-رسی-لومی و شنی- رسی-لومی است.

کلمات کلیدی: الگوریتم مونت‌کارلو، بافت خاک، عدم قطعیت، مدل‌های نفوذ خاک.

مقدمه

بررسی فرایند نفوذ در خاک در مطالعه پروژه‌های مختلف مهندسی آب ازجمله شبکه‌های آبیاری و زهکشی، پخش سیلاب، تغذیه مصنوعی و مکان‌یابی دفع فاضلاب از اهمیت بالایی برخوردار است(Sihag et al. 2020). انتخاب نوع سیستم آبیاری برای هر منطقه به ویژگی‌های نفوذ آب در خاک بستگی دارد. مدیریت سیستم آبیاری و برنامه‌ریزی آبیاری نیز بر اساس میزان نفوذ است، بنابراین ارزیابی دقیق نفوذ آب در خاک ضروری است و باید توسط مهندس طراح در نظر گرفته شود(Waller and Yitayew 2015). مکانیسم نفوذ توسط عوامل مختلفی مانند خواص فیزیکی خاک، رطوبت اولیه خاک، شدت بارندگی، شیب و ناهمواری سطح، نوع پوشش گیاهی و کیفیت آب کنترل می‌شود(Mohammadzadeh-Habili and Heidarpour 2019). نفوذ آب در خاک با روش‌های مختلفی اندازه‌گیری می‌شود که معروف‌ترین آن‌ها حلقه‌های مضاعف است. مدل‌های مختلفی برای شبیه‌سازی مکانیسم نفوذ در خاک پیشنهاد شده است. در برخی از آن‌ها، تجزیه‌وتحلیل حرکت آب در خاک بر در نظر گرفتن ویژگی‌های مواد خاک است و در برخی دیگر، منحنی سرعت نفوذ در برابر زمان بررسی می‌شود (ویژگی‌های فیزیکی خاص خاک را شامل نمی‌شود (Angelaki et al. 2021). باتوجه‌به اهمیت مدل‌سازی و برآورد میزان نفوذ، تحقیقات مختلفی در این زمینه انجام‌شده است. یوکوان و همکاران (Yukuan et al. 2007) مدل کوستیاکوف و کوستیاکوف اصلاح‌شده را برای اراضی شیب‌دار ارزیابی و واسنجی کردند. نتایج تحقیقات آن‌ها نشان داد که کوستیاکوف بهترین عملکرد را داشت. حقی آبی و همکاران (Haghiabi et al. 2011) مکانیسم نفوذ را بررسی کرده و دریافتند که الگوی ریاضی نفوذ از یک رابطه نمایی پیروی می‌کند. آنها برای بهبود مدل‌سازی نرخ نفوذ از روش لگاریتمی استفاده کردند.

.

گیرئی و همکاران (Girei et al. 2016) مدل‌هایی ازجمله کوستیاکوف، فیلیپ و هورتون را در مناطقی از نیجریه واسنجی و ارزیابی کردند. آن‌ها اظهار داشتند که مدل‌های کوستیاکوف و فیلیپ بهتر از هورتون عمل می‌کنند. زکوان و همکاران (Zakwan et al. 2016) مدل‌های مختلف نفوذ شامل کوستیاکوف، هورتون و فیلیپ را با استفاده از افزونه *Solver* نرم‌افزار *Excel* بر داده‌های سرعت نفوذ براش دادند. افزونه *Solver* برای حل مسائل بهینه‌سازی خطی و غیرخطی در اکسل تعبیه‌شده است. در این ماژول از روش‌های مختلفی ازجمله گرادیان کاهشی تعمیم‌یافته (*GRG*)، تکاملی و سیمپلکس استفاده‌شده است. نتایج تحقیق آن‌ها نشان داد که روش *GRG* کارایی مناسبی برای واسنجی مدل‌های نفوذ ذکرشده دارد. درضمن آن‌ها اظهار کردند دقیق ترین نتایج مربوط به مدل فیلیپ در بین مدل‌های نفوذ بررسی شده است. سپهوند و همکاران (Sihag et al. 2019; Sepahvand et al. 2021) مدل‌های مختلف نفوذ شامل کوستیاکوف، کوستیاکوف اصلاح‌شده، مدل نوول و مدل فیلیپ در مناطق مختلف استان‌های لرستان و ایلام واقع در غرب ایران واسنجی کردند. نتایج تحقیقات آن‌ها نشان داد که نوول نسبت به سایر مدل‌های مورداستفاده دقیق‌تر است. رسول و همکاران (Rasool et al. 2021) مدل‌های نفوذ واسنجی شده شامل هورتن، کوستیاکوف، کوستیاکوف اصلاح شده و فیلیپ را برای زمین‌های کشاورزی، مسکونی و بوته‌زاری با بافت‌های رسی تا شنی در یک در زیرحوضه شهری هیمالیاهای کوچک، هند واسنجی کردند. آنها عملکرد مدل‌های مختلف نفوذ را با محاسبه شاخص‌های آماری مختلف ارزیابی ازجمله شاخص عملکرد کلی (*OPI*) ارزیابی و مقایسه نمودند. نتایج آنها نشان داد که مدل هورتون و فیلیپ به ترتیب دقیقتر از سایر مدلهای نفوذ برای پوشش‌های مختلف خاک‌های رسی و بافت رسی شنی بودند.

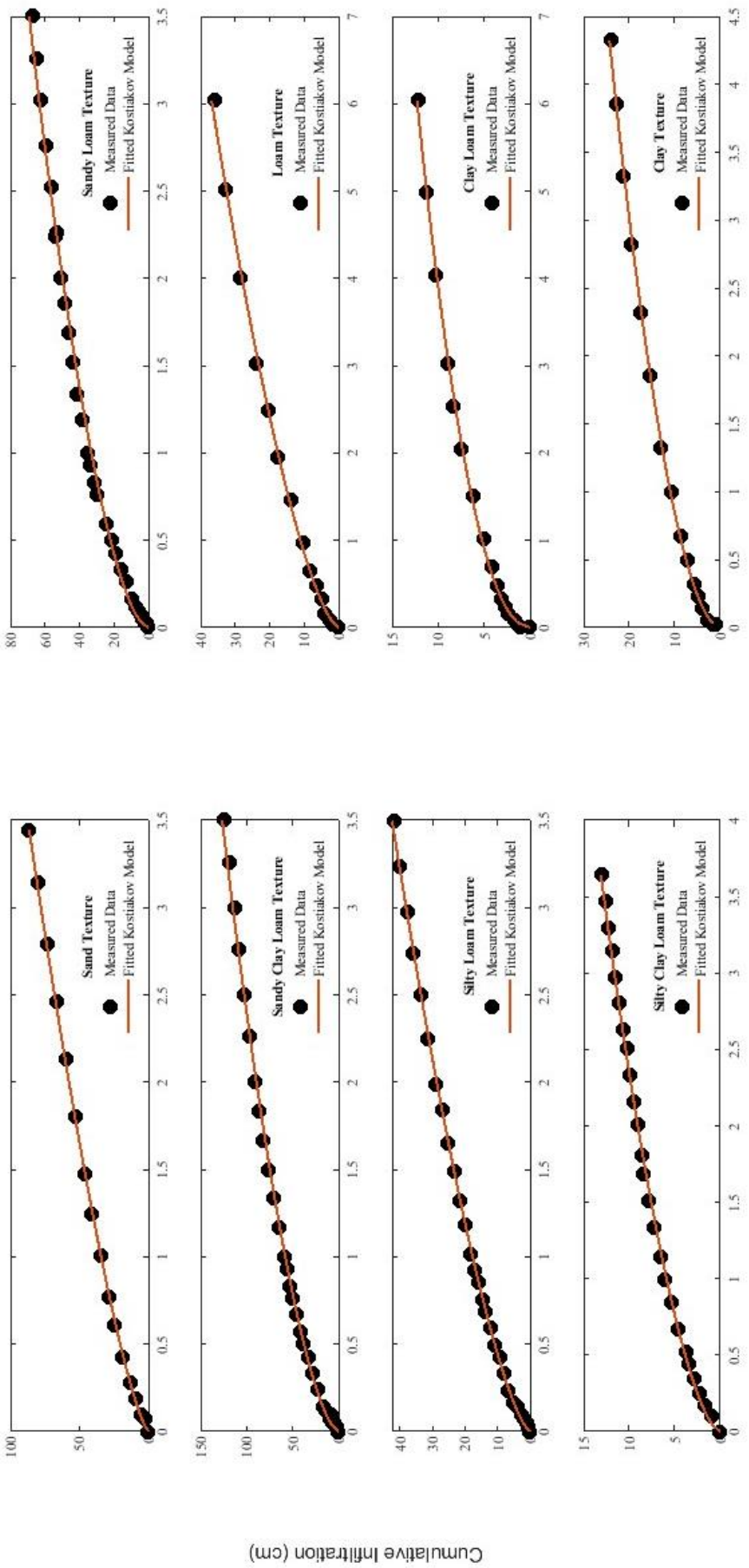
باتوجه‌به بررسی ادبیات موضوع، تحقیق بر روی مسئله نفوذ آب در خاک بیشتر بر اندازه‌گیری میدانی، ارزیابی و واسنجی مدل‌های نفوذ متمرکز است. قابل‌ذکر است که مدل‌سازی عدم‌قطعیت پارامترهای یک مدل ریاضی در طول فرایند واسنجی در تصمیم‌گیری در مورد عملکرد آن بسیار مهم است. معمولاً در مطالعات صحرایی و آزمایشگاهی ممکن است آزمایش‌ها چندین بار (حداقل سه بار) تکرار شوند تا از صحت نتایج به‌دست‌آمده اطمینان حاصل شود. البته فرض بر این است که دقت دستگاه‌های اندازه‌گیری آزمایشگاهی یا میدانی صحیح، سالم و دقیق باشند. هر بار که آزمون تکرار می‌شود، ممکن است نتایج به طور کامل یا به‌صورت جزئی با آزمایش قبلی متفاوت باشد. با فرض حذف نقاط پرت، معمولاً نتایج نزدیک به هم ثبت می‌شوند. همانطور که گفته شد تکرار آزمایش میتواند همراه با تغیرات جزئی (حذف نقاط پرت) باشد. نتایج مربوط به تغییرات جزئی معتبر هستند و در بررسی مسئله باید مد نظر قرار گیرند. در مورد مسئله نفوذ، تاثیر تغییرات جزئی در تغییر ضرایب و پارامترهای مدلهای نفوذ دیده می شود. برای مفهوم‌سازی این تغییرات، از فاصله اطمینان استفاده می‌شود. مدل‌سازی این عدم‌قطعیت در مقدار ضرایب مورداستفاده در مدل‌های ریاضی غیرخطی معمولاً پیچیده است که در این تحقیق از روش مونت‌کارلو استفاده خواهد شد.

مواد و روش‌ها

همان‌طور که در مقدمه (پاراگراف آخر) گفته شد هدف از این تحقیق مشخص‌کردن بازه اطمینان ضرایب مدل کوستیاکوف (معادله ۱) در بافت‌های مختلف خاک (شکل ۱) است.

$$f(t) = mt^{-n} \qquad (۱)$$

در رابطه (۱) $f(t)$نرخ نفوذ (*cm/min*) به‌عنوان تابعی از زمان (t) است ضرایب m و n باید واسنجی و بازه اطمینان آن‌ها در سطح ۹۵ درصد مشخص شوند. به عبارت دیگر در این تحقیق محدوده ضرایب مدل کوستیاکوف در هر بافت خاکی با استفاده از آنالیز مونت کارلو مشخص می شود و در ادامه با توجه به نتایج آنالیز مونت مارلو در مورد عدم قطعیت نتایج مدل کوستیاکوف در هر بافت خاک بحث می شود. در شکل (۱) داده‌های مربوط به نفوذ تجمعی آب در خاک با بافت‌های مختلف از بافت شنی تا رسی ارائه شده است. داده‌های مربوط به نفوذ آب در خاک‌های با بافت‌های مختلف از تحقیق منتشرشده توسط سیهاگ و همکاران (Singh et al. 2021) استفاده شد.



شکل ۱- نفوذ تجمعی در انواع مختلف بافت خاک

Fig.1. Cumulative infiltration in different types of soil texture

مونت‌کارلو

به صورت کلی، آنالیز مونت کارلو (یا شبیه سازی مونت کارلو) به هر تکنیکی اتلاق می‌شود که از طریق نمونه‌سازی آماری، پاسخ‌های تقریبی برای مسائل کمّی فراهم می‌کند. شبیه‌سازی مونت کارلو بیشتر برای توصیف روشی جهت انتشار عدم قطعیت‌های موجود در ورودی (ورودیهای) مدل به عدم قطعیت‌ها در خروجی مدل، به کار می‌رود. بنابراین مونت‌کارلو، نوعی شبیه‌سازی است که به طور صریح و کمی، عدم قطعیت را نمایش می‌دهد. اگر ورودی‌های توصیف‌کننده یک سیستم، غیرقطعی باشند، آنگاه پیش‌بینی عملکرد پیش رو به طور قطع غیرقطعی است. در شبیه‌سازی مونت کارلو، کل سیستم به تعداد دفعات زیادی (هزاران بار) اجرا می‌شود. به هر بار شبیه‌سازی، تحقق (*Realization*) سیستم گفته می‌شود.هر تحقق، از تمام پارامترهای نامشخص نمونه‌برداری می‌شود، یعنی یک مقدار تصادفی (بر اساس یک توزیع خاص برای هر پارامتر) انتخاب می‌شود. این شبیه‌سازی به‌گونه‌ای انجام می‌شود که در نهایت بتوان عملکرد سیستم را محاسبه کرد. در نتیجه، تعداد زیادی از نتایج مستقل تولید می‌شود که هر یک نشان‌دهنده یک "آینده" احتمالی برای سیستم است. همانطور که گفته شد، تجزیه و تحلیل مونت‌کارلو بر اساس شبیه سازی و اجرای هزاران بار سیستم (مدل ریاضی) بر اساس داده‌های ورودی جدید است؛ بنابراین، تولید هزاران داده ورودی جدید ضروری است. در این مطالعه داده‌های مشاهده‌شده با دو ستون شامل زمان (ساعت) و میزان نفوذ (*cm*) است. برای تولید داده های جدید (مورد نیاز برای هزاران بار شبیه سازی سیستم) تفاوت بین نتایج مدل کاستیاکوف و داده های مشاهداتی برای هر یک از بافت های خاک محاسبه می شود. سپس، مجموع مربع خطا (*SSE*) (تفاوت بین داده‌های مشاهده‌شده و نتیجه) محاسبه می‌شود. در ادامه درجه آزادی هر مدل محاسبه می‌شود که تعداد مشاهدات منهای تعداد ضرایبی است که باید در هر مدل واسنجی شود. سپس با استفاده از توزیع نرمال معکوس با کمک دستور *NORMINV* در *Matlab*، درنهایت مطابق معادله ۲ داده‌های جدید تولید می‌شود:

$$I+NORMINV(RAND(i,j), 0, SQRT(SSE .df)) \quad (۲)$$

که *I*: نفوذ تجمعی مشاهده‌شده، *RAND*: تابع مرتبط با تولید اعداد تصادفی، و *df* درجه آزادی در مدل است. در این مطالعه، ۱۰۰۰ مجموعه داده جدید (بر اساس داده های مشاهداتی هر نفوذ تجمعی آب در بافت خاک و نتایج مربوط به واسنجی مدل کوستیاکوف برای همان بافت خاک) به کمک رابطه (۲) تولید شد. در پایان، ویژگی‌های آماری داده‌های به‌دست‌آمده مانند مقادیر میانگین، واریانس و فواصل اطمینان در محدوده ۹۵ درصد برای هر ضریب محاسبه می‌شود (Hu et al. 2015; Parsaie and Haghiabi 2021; Torabi Podeh et al. 2023).

نتایج و بحث

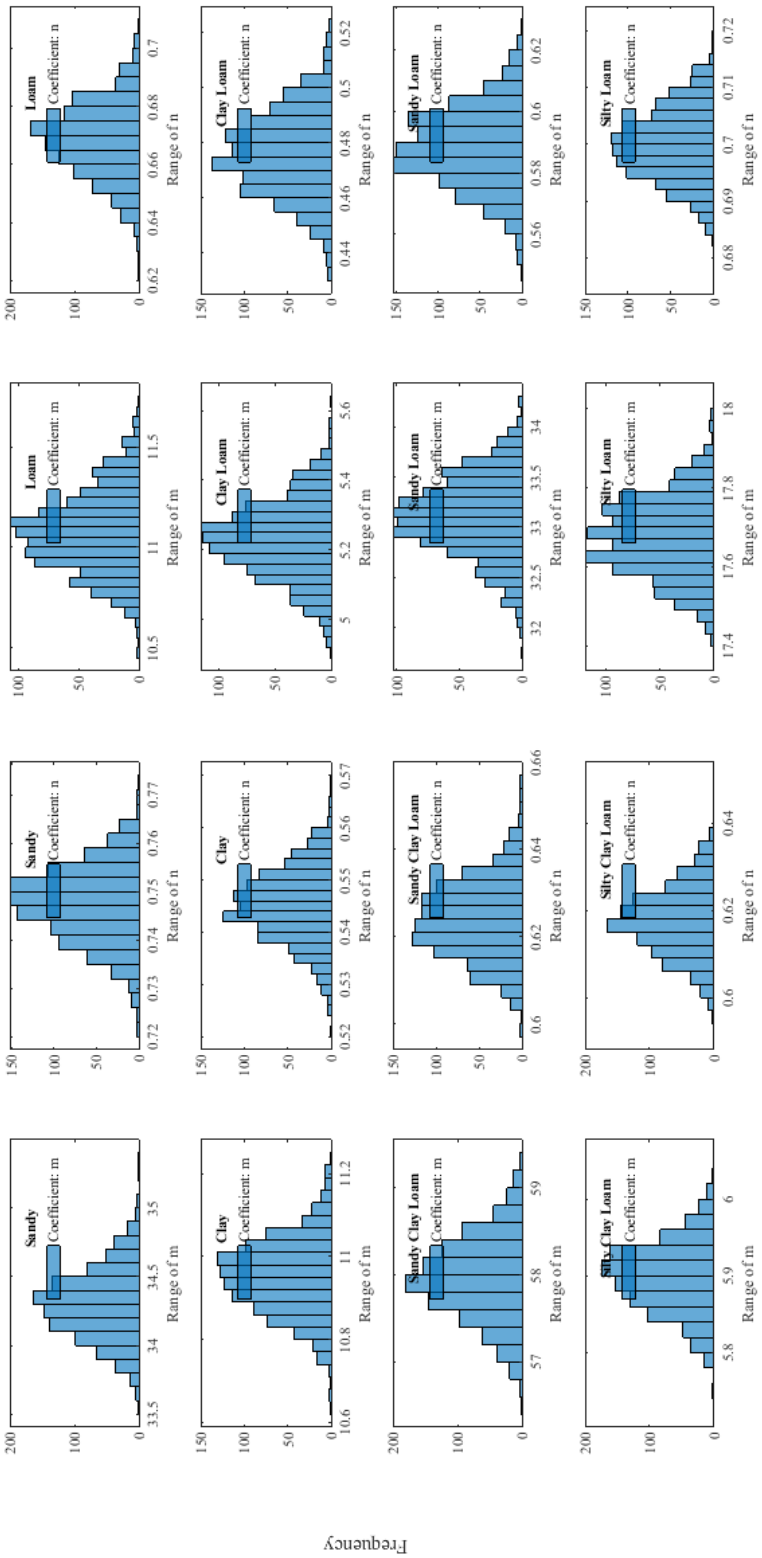
در این قسمت نتایج حاصل از واسنجی مدل کوستیاکوف برای انواع مختلف بافت خاک و در ادامه نتایج حاصل از اجرای الگوریتم مونت‌کارلو ارائه می‌شود. نتایج حاصل از واسنجی مدل کوستیاکوف برای انواع مختلف خاک در شکل (۱) نشان داده شده است. بررسی این شکل مشخص می‌کند که مدل کوستیاکوف به طور مناسبی بر داده‌های نفوذ تجمعی برازش داده‌شده است. ضرایب *m* و *n* این مدل برای بافت‌های مختلف خاک در جدول (۱) ارائه شده است.

جدول ۱- مقادیر ضرایب مدل کوستیاکوف بعد از واسنجی

Table 1. The coefficient values of Kostiakove model after calibration

بافت خاک	m	n
Sandy	34.298	0.7473
SandyLoam	33.105	0.5878
SandyClayLoam	57.976	0.6232
Loam	11.072	0.6686
SiltyLoam	17.669	0.7000
ClayLoam	5.232	0.4753
SiltyClayLoam	5.895	0.6174
Clay	10.948	0.5453

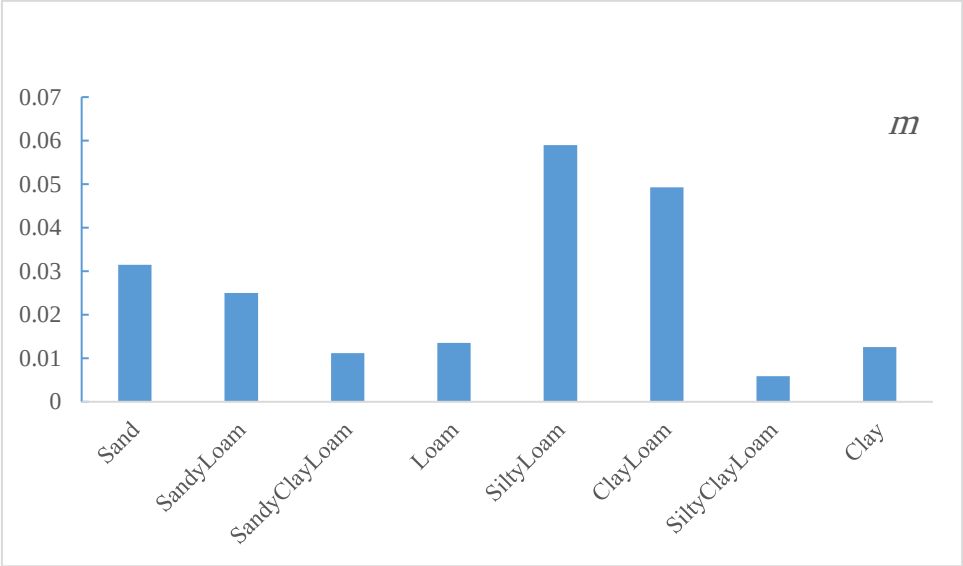
در ادامه با استفاده از الگوریتم مونت‌کارلو همان‌طور که در قسمت مواد و روش‌ها گفته شد ۱۰۰۰ داده تولید شد و مدل کوستیاکوف بر آن‌ها برازش داده شد. مقادیر به‌دست‌آمده برای ضرایب محاسبه گردید. هیستوگرام ضرایب به‌دست‌آمده با توجه به نوع بافت خاک در شکل (۲) نشان داده شده است. تقریباً توزیع ضرایب به‌دست‌آمده نرمال است؛ لذا در گام بعدی محدوده هریک از ضرایب را در سطح اطمینان ۹۵ درصد محاسبه شد.



شکل ۲- هیستوگرام ضرایب مدل کوستیاکوف حاصل از شبیه‌سازی مونت‌کارلو برای انواع مختلف بافت خاک

Fig. 2. Histogram of Kostiakov model coefficients obtained from Monte Carlo simulation for different types of the soil textures

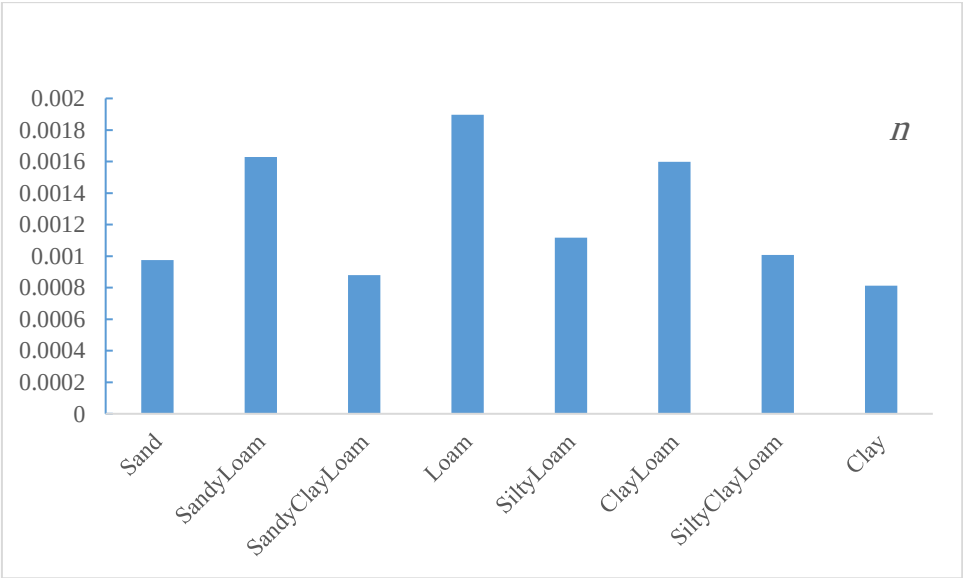
فاصله بین حد بالا و پایین(در سطح ۹۵ درصد) هریک از ضرایب برای خاک‌های مختلف در شکل (۳) نشان داده‌شده است. بیشترین محدوده تغییرات برای ضریب m در خاک‌های سیلتی-لوم و رسی-لوم مشاهده می‌شود و کمترین فاصله برای همین ضریب در خاک‌های سیلتی-رسی-لومی، شنی-رسی-لومی و رسی مشاهده می‌شود.



شکل ۳- فاصله بین حد بالا و پایین ضریب *m*

Fig. 3. The interval between upper and lower limits of the coefficient *m*

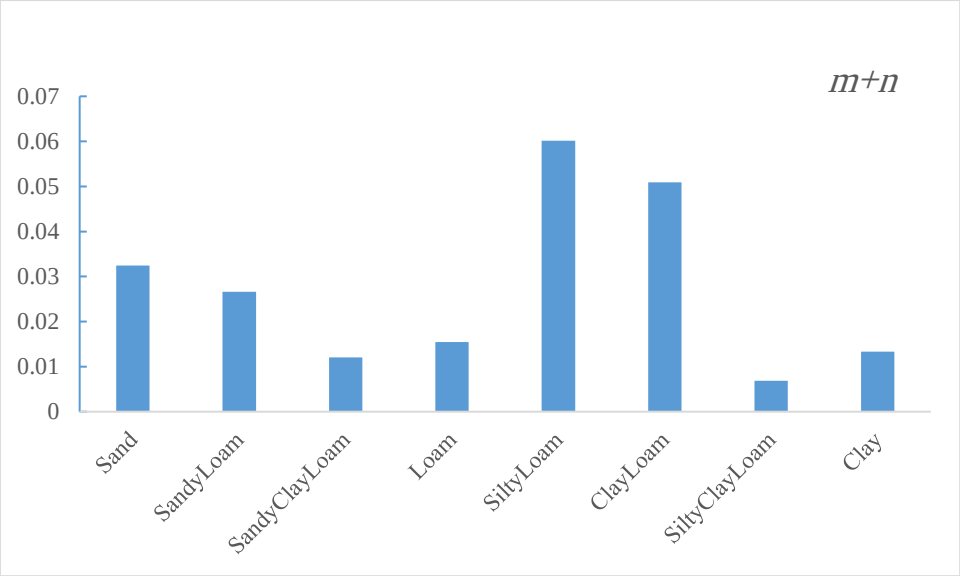
فاصله بین محدوده بالا و پایین (سطح اطمینان ۹۵ درصد) ضریب *n* نیز محاسبه و در شکل (۴) نشان داده‌شده است. بررسی این شکل مشخص می‌کند که بیشترین فاصله مربوط به خاک‌های لومی است.کمترین فاصله بین محدوده بالا و پایین مربوط به خاکهای رسی و شنی-رسی-لومی است.



شکل (۴) فاصله بین حد بالا و پایین ضریب *n*

Fig. 4. The interval between upper and lower limits of the coefficient *n*

به‌منظور ارزیابی کلی و آنالیز عدم‌قطعیت ضرایب مدل کوستیاکوف در بافت‌های مختلف خاک، فاصله هر دو ضریب برای هر خاک به‌صورت جداگانه جمع کرده و در شکل (۵) نشان داده‌شده است.



شکل (۵) جمع فاصله بین حد بالا و پایین ضرایب *m* و *n*

Fig. 5. The sum of the interval between the upper and lower limits of coefficients *m* and *n*

بررسی این شکل مشخص می‌کند که به‌صورت کلی عدم‌قطعیت مدل کوستیاکوف در خاک‌های سیلتی-لومی و رسی-لومی بیش از سایر بافت‌های خاک است. کمترین عدم‌قطعیت ضرایب این مدل در خاک‌هایی با بافت سیلتی-رسی-لومی است. البته عدم قطعیت مدل کوستیاکوف برای بافتهای خاک شامل شنی-رسی-لومی، لومی و رسی نیز به صورت جزئی بیش از بافت سیلتی-رسی-لومی است. به صورت کلی شکل (۵) مشخص میکند که به نتایج مدل کاستیاکوف در مدلسازی نفوذ در بافت سیلتی-رسی-لومی خاک بیشترین اعتماد و در سیلتی-لومی، رسی-لومی کمترین قابلیت اطمینان وجود دارد.

نتیجه‌گیری

در این تحقیق مدل کوستیاکوف برای خاک با بافت‌های مختلفی از شنی (بافت سبک) تا بافت سنگین (رسی) واسنجی و ارزیابی شد. نتایج واسنجی نشان‌دهنده هماهنگی بسیار خوب نتایج این مدل با داده‌های صحرایی است. به منظور ارزیابی عدم قطعیت نتایج مدل کوستیاکوف در بافتهای مختلف خاک، از الگوریتم مونت کارلو استفاده گردید. بدین منظور ۱۰۰۰ دسته-داده جدید برای هریک از بافتهای خاک تولید شد و مدل کوستیاکوف بر همه آنها برازش داده شد. در هر برازش ضرایب جدید حاصله ثتب و ذخیره گردید. لذا برای هر بافت خاک هزار جفت داده مربوط به ضرایب مدل کوستیاکوف (*m*,*n*) حاصل شد. به منظور بررسی عدم قطعیت، ابتدا اعداد بدست آمده برای ضرایب *m* و*n* را به صورت جداگانه از مقدار کمترین تا بیشترین مرتب و بازه آن (بین بیشترین و کمترین) درسطح اطمینان ۹۵ درصد مشخص شد. با جمع کردن فاصله های بدست آمده برای ضرایب *m* و *n* میتوان، فاصله نهایی برای ضرایب بدست آمد. براساس فاصله نهایی عدم قطعیت مدل کوستیاکوف بررسی شد. نتایج عدم قطعیت نشان داد که در بین بافت های خاکی که مورد بررسی قزار گرفتند کمترین عدم قطعیت نتایج مدل کاستیاکوف مربوط به بافت سیلتی-رسی-لومی و بیشترین آن مربوط به بافت سیلتی-لومی است. به عبارت دیگر در خاکهایی با بافت سیلتی-رسی-لومیبه نتایج مدل کوستیاکوف بیش از سایر بافتهای خاک میتوان اعتماد نمود.

منابع

Angelaki, A., Sihag, P., Sakellariou-Makrantonaki, M., & Tzimopoulos, C. (2021). The effect of sorptivity on cumulative infiltration. Water Supply, 21(2), 606-614.

Angelaki, A., Sihag, P., Sakellariou-Makrantonaki, M., & Tzimopoulos, C. (2021). The effect of sorptivity on cumulative infiltration. Water Supply, 21(2), 606-614.

Girei, A. H., Abdulkadir, A., & Abdu, N. (2016). Goodness of fit of three infiltration models of a soil under long-term trial in Samaru, Northern Guinea Savanna of Nigeria. Journal of Soil Science and Environmental Management, 7(5), 64-72.

Girei, A. H., Abdulkadir, A., & Abdu, N. (2016). Goodness of fit of three infiltration models of a soil under long-term trial in Samaru, Northern Guinea Savanna of Nigeria. Journal of Soil Science and Environmental Management, 7(5), 64-72.

Haghiabi, A. H., Abedi-Koupai, J., Heidarpour, M., & Mohammadzadeh-Habili, J. (2011). A new method for estimating the parameters of Kostiakov and modified Kostiakov infiltration equations. World Applied Sciences Journal, 15(1), 129-135.

Haghiabi, A. H., Abedi-Koupai, J., Heidarpour, M., & Mohammadzadeh-Habili, J. (2011). A new method for estimating the parameters of Kostiakov and modified Kostiakov infiltration equations. World Applied Sciences Journal, 15(1), 129-135.

Hu, W., Xie, J., Chau, H. W., & Si, B. C. (2015). Evaluation of parameter uncertainties in nonlinear regression using Microsoft Excel Spreadsheet. Environmental Systems Research, 4, 1-12.

MOHAMMADZADEH, H. J., & HEIDARPOUR, M. (2019). Modification of Kostiakov infiltration equation based on influence of initial soil water content.

Parsaie, A., & Haghiabi, A. H. (2021). Uncertainty analysis of discharge coefficient of circular crested weirs. Applied Water Science, 11, 1-6.

Rasool, T., Dar, A. Q., & Wani, M. A. (2021). Comparative evaluation of infiltration models under different land covers. Water Resources, 48, 624-634.

Sepahvand, A., Singh, B., Ghobadi, M., & Sihag, P. (2021). Estimation of infiltration rate using data-driven models. Arabian Journal of Geosciences, 14, 1-11.

Sihag, P., Angelaki, A., & Chaplot, B. (2020). Estimation of the recharging rate of groundwater using random forest technique. Applied Water Science, 10(7), 1-11.

Sihag, P., Singh, V. P., Angelaki, A., Kumar, V., Sepahvand, A., & Golia, E. (2019). Modelling of infiltration using artificial intelligence techniques in semi-arid Iran. Hydrological Sciences Journal, 64(13), 1647-1658.

Singh, B., Sihag, P., Parsaie, A., & Angelaki, A. (2021). Comparative analysis of artificial intelligence techniques for the prediction of infiltration process. Geology, Ecology, and Landscapes, 5(2), 109-118.

Torabi Podeh, H., Parsaie, A., Shahinejad, B., Arshia, A., & Shamsi, Z. (2023). Development and uncertainty analysis of infiltration models using PSO and Monte Carlo method. Irrigation and Drainage, 72(1), 38-47.

Waller, P., & Yitayew, M. (2015). Irrigation and drainage engineering. Springer.

Yukuan, W., Bin, F., Pei, X., Daojie, W., Xiantuo, W., & Yongqiang, W. (2007). Validation of three infiltration models on purple soil under simulated rainfall. Progress in Natural Science, 71(9), 1059-1066.

Zakwan, M., Muzzammil, M., & Alam, J. (2016). Application of spreadsheet to estimate infiltration parameters. Perspectives in Science, 8, 702-704.