



## Estimating the discharge coefficient of piano key weirs using soft computing models

Abbas Parsaie<sup>\*1</sup>, Mojtaba Pili-Dezfouli<sup>2</sup>

1. Department of Hydraulic Structures Engineering, Faculty of Water and Environmental Engineering, Shahid Chamran University, Ahvaz, Iran.
2. Department of Hydraulic Structures Engineering, Faculty of Water and Environmental Engineering, Shahid Chamran University, Ahvaz, Iran.

Received: 03 February 2025/ Revised: 05 March 2025/ Accepted: 15 March 2025

<https://doi.org/10.22034/arwe.2025.2056091.1038>

### Abstract

In this study, the discharge coefficient ( $C_d$ ) of piano key weirs was estimated using the Support Vector Machine (SVM) model, and its performance was subsequently compared with the Multilayer Perceptron Neural Network (MLPNN) model. For this purpose, the parameters of the upstream head-to-weir height ratio ( $h/P$ ), the inlet-to-outlet width ratio ( $w_i/w_o$ ), the key length-to-width ratio ( $L_{cy}/w_{cy}$ ), and the number of keys ( $N$ ) were considered as inputs, with  $C_d$  as the output. The results indicated that the minimum value of the  $R^2$  statistical index and the maximum value of the RMSE for the mentioned models during the validation phase were  $R^2=0.99$  and  $RMSE=0.01$ , respectively. The developed MLPNN model consisted of two hidden layers, with four neurons in the first layer and two neurons in the second layer, both utilizing the sigmoid tangent activation function. The SVM model employed a radial basis function (RBF) kernel. Sensitivity analysis of the models revealed that the most influential parameters in modeling and estimating the discharge coefficient were  $h/P$ .

**Keywords:** Artificial neural network model, Discharge capacity, Magnification ratio, Nonlinear weirs.



## تخمین ضریب دبی سرریزهای کلید پیانویی با استفاده از مدل‌های یادگیری ماشین

عباس پارسائی<sup>\*</sup>، مجتبی پیلی دزفولی<sup>۲</sup>

۱. گروه مهندسی سازه‌های آبی، دانشکده مهندسی آب و محیط زیست، دانشگاه شهید چمران اهواز، اهواز، ایران.
۲. گروه مهندسی سازه‌های آبی، دانشکده مهندسی آب و محیط زیست، دانشگاه شهید چمران اهواز، اهواز، ایران.

دریافت: ۱۵ بهمن ماه ۱۴۰۳ / اصلاحات: ۱۵ اسفند ماه ۱۴۰۳ / پذیرش: ۲۵ اسفند ماه ۱۴۰۳

<https://doi.org/10.22034/arwe.2025.2056091.1038>

## چکیده

در این پژوهش، ضریب دبی (Cd) سرریزهای کلید پیانویی با استفاده از مدل ماشین بردار پشتیبان (SVM) تخمین زده و سپس عملکرد آن با مدل شبکه عصبی پرسپترون چندلایه (MLPNN) مقایسه شد. برای این منظور، پارامترهای نسبت هد بالادست به ارتفاع سرریز ( $h/P$ )، نسبت عرض ورودی به خروجی ( $w/w_0$ )، طول کلید به عرض آن ( $L_{cy}/w_{cy}$ ) و تعداد کلیدها (N) به عنوان ورودی و Cd به عنوان خروجی در نظر گرفته شدند. قابل ذکر است که ۸۰ درصد داده‌های گردآوری شده به آموزش و مابقی به صحت سنجی مدلها اختصاص داده شده است. نتایج نشان داد که حداقل مقدار شاخص آماری  $R^2$  و حداکثر مقدار RMSE مدل‌های مذکور در مرحله اعتبارسنجی به ترتیب  $R^2=0.99$  و  $RMSE=0.01$  می‌باشد. مدل MLPNN توسعه داده شده دارای دو لایه پنهان که در لایه اول چهار نرون با تابع فعال سازی تانژانت سیگموئید و در لایه دوم، دو نرون با همان تابع فعال ساز است. هسته مدل SVM نوع شعاعی انتخاب شد. تحلیل حساسیت مدل‌های استفاده شده، نشان داد که مهم‌ترین پارامترهای تأثیرگذار در مدل‌سازی و تخمین ضریب دبی،  $h/P$  می‌باشند.

کلمات کلیدی: سرریزهای غیرخطی، ظرفیت دبی، مدل شبکه عصبی مصنوعی، نسبت بزرگنمایی.

## مقدمه

سرریزهای کلید پیاپویی از جمله سرریزهای غیرخطی پرکاربرد در پروژه‌های مهندسی آب مانند سدها، شبکه‌های آبیاری و زهکشی و مهندسی رودخانه محسوب می‌شوند. بهبود عملکرد این سازه‌ها همواره مورد توجه پژوهشگران بوده است. ظرفیت دبی این سرریزها به طول تاج، ارتفاع بالادست جریان و ضریب دبی وابسته است. یکی از روش‌های افزایش ظرفیت دبی سرریزها، افزایش طول تاج آن‌ها می‌باشد (Parsaie and Haghiabi 2017). امروزه انواع مختلفی از سرریزها با طرح‌های تاج غیرخطی و مارپیچی ارائه شده‌اند (Bijanvand et al. 2024; Yildiz et al. 2024; Khodaei et al. 2012; Nessim and Geoffrey 1970). با این حال، محدودیت عرض مجرای آب گاهی اجرای این سرریزها را با چالش مواجه می‌کند. به همین دلیل، سرریزهای کلید پیاپویی به عنوان راه‌حلی برای این مسئله توسعه یافته‌اند. سرریزهای کلید پیاپویی نخستین بار توسط لمپریه و اوامانه مورد مطالعه قرار گرفتند. هدف آن‌ها طراحی نوع جدیدی از سرریزهای مارپیچی با عرض پایه کمتر و در عین حال ساختاری اقتصادی و ساده بود (Khanh 2013; Lempérière and Ouamane 2003). این سرریزها برای افزایش ظرفیت دبی در سدهای وزنی موجود در فرانسه و همچنین به عنوان جایگزینی مناسب برای سرریزهای درپچه‌دار در سازه‌های انحراف در ویتنام به کار گرفته شده‌اند. بیشتر سرریزهای کلید پیاپویی با هدف افزایش ظرفیت تخلیه سیلاب در سدهایی با ارتفاع بالادست کمتر از ۲ متر طراحی شده‌اند. تاکنون پروژه‌های متعددی از این نوع سرریزها در سراسر جهان به اجرا رسیده است. اولین سرریز کلید پیاپویی در سال ۲۰۰۶ در سد کولورس فرانسه نصب شد. جالب است بدانید که بیش از ۳۵ سرریز کلید پیاپویی در کشورهایمانند هند، سری‌لانکا، فرانسه، استرالیا، ویتنام، سوئیس، آفریقای جنوبی، انگلستان و الجزایر با موفقیت ساخته شده‌اند (Leite Ribeiro et al. 2012). در دو دهه اخیر، تأثیر پارامترهای هندسی و هیدرولیکی سرریزهای کلید پیاپویی بر ظرفیت دبی آن‌ها به طور گسترده مورد بررسی قرار گرفته است (Anderson and Tullis 2013). این سرریزها دارای پارامترهای هندسی متعددی هستند که می‌توانند بر ظرفیت دبی تأثیر بگذارند. از جمله پارامترهای اصلی مؤثر بر ظرفیت جریان در سرریزهای کلید پیاپویی، نسبت ارتفاع بالادست به ارتفاع سرریز و نسبت طول توسعه‌یافته تاج (نسبت طول تاج به عرض آن) می‌باشند. پارامترهای ثانویه نیز شامل نسبت عرض نسبی (نسبت عرض ورودی کلید به عرض خروجی آن) و موارد مشابه هستند. به طور کلی، کارایی یک سرریز یا هر سازه هیدرولیکی به شکل بهینه هندسه آن، اعم از پارامترهای اصلی و ثانویه، بستگی دارد (Abhash and Pandey 2022). امروزه علاوه بر مطالعات آزمایشگاهی و میدانی، از مدل‌های یادگیری ماشین نیز برای تخمین پارامترهای هیدرولیکی مانند ضریب دبی (Cd) و میزان اتلاف انرژی در سازه‌های هیدرولیکی مانند سرریزهای مارپیچی یا کلید پیاپویی استفاده می‌شود. به عنوان مثال، پارسایی و همکاران (Bijanvand et al. 2018; Haghiabi et al. 2025) با استفاده از مدل‌های مختلف یادگیری ماشین، موفق به مدل‌سازی و تخمین Cd و میزان اتلاف انرژی جریان عبوری از سرریزهای پلان مارپیچی شدند. میرخوری و همکاران (Mirkhorli et al. 2025) در یک مطالعه تطبیقی عددی به بررسی و مقایسه رفتار هیدرولیکی و اتلاف انرژی در سرریزهای کلید پیاپویی و سرریزهای کنگره‌ای مستطیلی پرداختند. نتایج تحقیقات آنها نشان داد که اتلاف انرژی و راندمان انرژی باقیمانده در PKW در مقایسه با RLW، اتلاف انرژی بیشتری را نشان دادند، به طوری که PKW نوع A از PKW نوع D عملکرد بهتری داشتند. نسبت عرض کلیدها به عنوان یک عامل حیاتی مؤثر بر اتلاف انرژی ظاهر می‌شود، به طوری که نسبت‌های کوچکتر، نرخ اتلاف انرژی بالاتری را ارتقا می‌دهند (Hamed and Elshaarawy 2025) به مدل‌سازی و پیش‌بینی دبی جریان عبوری از روی سرریزهای کلید پیاپویی متقارن با استفاده از مدل‌های محاسبات نرم شامل شبکه عصبی مصنوعی و برنامه نویسی بیان ژن پرداختند. بدین منظور آنها ۴۷۶ داده جمع‌آوری نمودند. نتایج تحقیقات آنها نشان داد که مدل شبکه عصبی دارای دقتی مناسب و بیش از مدل برنامه نویسی بیان ژن است. پارسایی و همکاران نشان دادند که روش برنامه‌ریزی ژنتیک نیز، توانایی مناسبی جهت برآورد عملکرد سرریزهای پلکانی در اتلاف انرژی دارد. با توجه به مطالب گفته شده امروزه استفاده از سرریزهای کلید پیاپویی به دلیل عملکرد مناسب و همچنین امکان ساخت آنها بر روی تاج سدهای ساخته شده (به جهت افزایش حجم مخزن) مورد استقبال مهندسان هیدرولیک قرار گرفته است. همانطور که گفته شد پارامترهای متعددی از جمله پارامترهای هندسی و هیدرولیکی در عملکرد سرریزهای کلید پیاپویی مؤثر هستند که مدل‌سازی آنها در قالب روش‌های رگرسیون معمولی به دقت مناسب مدل‌سازی منتج نمی‌شود؛ لذا در این پژوهش، مدل‌سازی و تخمین ضریب دبی (Cd) سرریزهای کلید پیاپویی با استفاده از مدل‌های یادگیری ماشین، از جمله ماشین بردار پشتیبان (SVM) و شبکه عصبی مصنوعی (ANN)، مورد بررسی قرار گرفته است. برای این منظور، ابتدا مسئله مورد

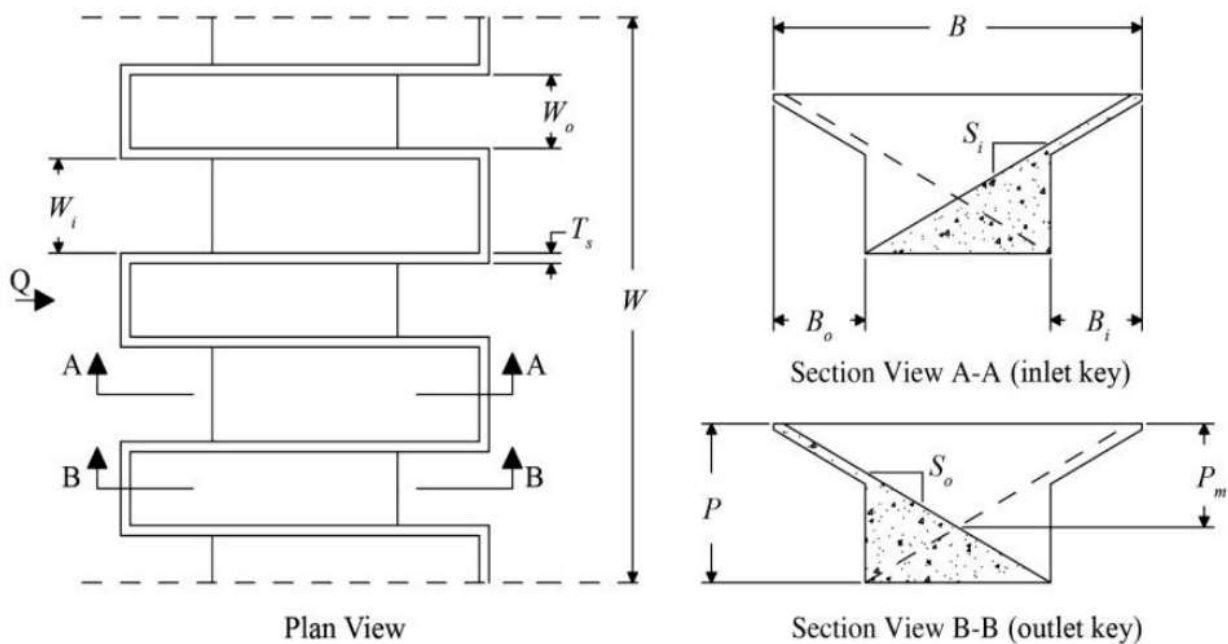
مطالعه و پارامترهای مرتبط با استفاده از تحلیل ابعادی تعیین شده‌اند. سپس داده‌های لازم از منابع مختلف جمع‌آوری شده و الگوی متغیرهای ورودی خاص و عملکرد مدل‌های مذکور ارزیابی شده است.

### مواد و روش‌ها

شکل (۱) نمای شماتیکی از سرریز کلید پیانویی را نشان می‌دهد. ظرفیت سرریز کلید پیانویی براساس طول توسعه‌یافته به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$Q_{PKW} = \frac{2}{3} C_{dPKW} L \sqrt{2gh}^{1.5} \quad (1)$$

در رابطه (۱)،  $C_{dPKW}$  ضریب دبی سرریز کلید پیانویی،  $g$  شتاب ثقل،  $L$  طول کل تاج توسعه‌یافته و  $h$  هد جریان بالادست بر روی تاج است.



شکل ۱. نمای مدل آزمایشگاهی سرریز کلید پیانویی

Fig. 1. Laboratory model of the piano key weir

همان‌طور که اشاره شد، ضریب دبی سرریز کلید پیانویی تابعی از چندین پارامتر است. این پارامترها در رابطه (۲) خلاصه شده‌اند. با استفاده از تحلیل ابعادی، پارامترهای بی‌بعد مؤثر در  $C_d$  (رابطه ۳) استخراج شده‌اند.

$$C_{dPKW} = f(W_c, W_{cy}, W_i, W_o, L_{cy}, L_{cr}, P, u, d, g, \rho) \quad (2)$$

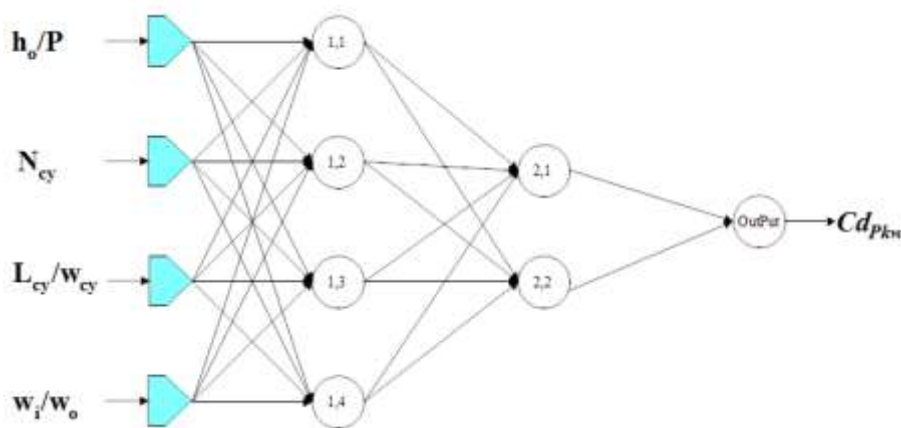
در رابطه (۲)،  $B$  عرض یک کلید،  $W$  عرض کانال،  $W_i$  و  $W_o$  به ترتیب عرض ورودی و خروجی کلید،  $P$  ارتفاع سرریز،  $D$  عرض رأس،  $d$  عمق جریان روی تاج، و  $u$  سرعت جریان است.

$$C_{dPKW} = f\left(\frac{h_o}{P}, N_{cy}, \frac{W_i}{W_o}, \frac{L_{cy}}{W_{cy}}; M_R, Fr\right) \quad (3)$$

در رابطه (۳)،  $Fr$  عدد فرود را نشان می‌دهد. برای اینکه اثر هد سرعت جریان نزدیک شوند به سرریز در آنالیز ابعادی دیده شود. بجای عمق از هد بالادست استفاده می‌شود. لذا در  $h_o$  که نمایانگر هد بالادست بر روی تاج است، استفاده می‌شود.

شبکه عصبی پرسپترون چندلایه<sup>۱</sup> (MLPNN)

در بسیاری از شبیه‌سازی‌هایی که به حل معادلات پیچیده برای یافتن رابطه بین عوامل مؤثر بر سیستم منجر می‌شوند، می‌توان از شبکه عصبی به عنوان یک گزینه جایگزین استفاده کرد. انواع مختلفی از شبکه‌های عصبی وجود دارند، که پرکاربردترین آن‌ها شبکه عصبی پرسپترون چندلایه (MLPNN) است. شکل (۲) نمای شماتیکی از یک MLPNN را نشان می‌دهد، که برای تخمین ضریب دبی (Cd) سرریزهای کلید پیانویی توسعه یافته است. همان‌طور که در این شکل مشخص است، ورودی‌های مدل MLPNN همان پارامترهای بی‌بعد استخراج‌شده از تحلیل ابعادی هستند. طراحی مدل MLPNN شامل مراحل، تعیین تعداد لایه‌های مدل (شامل لایه ورودی، لایه‌های پنهان و لایه خروجی)، تعداد نورون‌ها در هر لایه، تعریف تابع انتقال فعال و در نهایت انتخاب روش آموزش شبکه عصبی می‌باشد. هدف از آموزش شبکه عصبی، تعیین مقادیر وزن‌ها و ثابت‌هایی است، که در هر ورودی ضرب و جمع می‌شوند [۹-۱۱].



شکل ۲. ساختار مدل MLPNN در تخمین ضریب دبی سرریز کلید پیانویی

Fig. 2. Structure of the MLPNN model for estimating the discharge coefficient of the piano key weir

ماشین بردار پشتیبان<sup>۲</sup> (SVM)

ماشین‌های بردار پشتیبان (SVMs) مجموعه‌ای از روش‌های یادگیری نظارت‌شده هستند، که به‌طور گسترده برای طبقه‌بندی و رگرسیون استفاده می‌شوند. در بسیاری از کاربردها، یک طبقه‌بند غیرخطی دقت بهتری ارائه می‌دهد. در رگرسیون بردار پشتیبان<sup>۳</sup> (SVR)، ورودی x ابتدا با استفاده از یک نگاشت ثابت (غیرخطی) به یک فضای ویژگی m-بعدی نگاشت می‌شود و سپس یک مدل خطی در این فضای ویژگی ساخته می‌شود. روش ساده‌سازی برای ایجاد یک طبقه‌بند غیرخطی از یک طبقه‌بند خطی این است، که داده‌های خود را از فضای ورودی X به فضای ویژگی F با استفاده از یک تابع غیرخطی نگاشت کنیم. در فضای F، تابع تشخیص‌دهنده به صورت زیر است:

$$f(x) = w^T \varphi(x) + b \tag{4}$$

با استفاده از نمادهای ریاضی، مدل خطی (در فضای ویژگی)  $f(x, w)$  به صورت زیر داده می‌شود:

$$w = \sum_{i=1}^n \alpha_i x_i \tag{5}$$

$$f(x, w) = \sum_{i=1}^n \alpha_i x_i \varphi(x) + b \tag{6}$$

$$f(x) = \sum_{i=1}^n \alpha_i x_i^T x + b \tag{7}$$

در فضای ویژگی F، این عبارت به شکل زیر در می‌آید:

1. Multilayer perceptron neural network  
2. Support Vector Machine  
3. Support Vector Regression

$$f(x) = \sum_{i=1}^n \alpha_i \varphi(x_i)^T \varphi(x) + b, \quad 0 \leq \alpha_i \leq C \quad ۸$$

$$K(x, x') = \varphi(x)^T \varphi(x') \quad ۹$$

$$f(x) = \sum_{i=1}^n \alpha_i K(x, x_i) + b \quad ۱۰$$

در SVM توابع هسته‌ای زیادی وجود دارند؛ بنابراین، نحوه انتخاب یک تابع هسته‌ای مناسب نیز، یک موضوع تحقیقاتی است. با این حال، برای اهداف عمومی، برخی از توابع هسته‌ای محبوب وجود دارند:

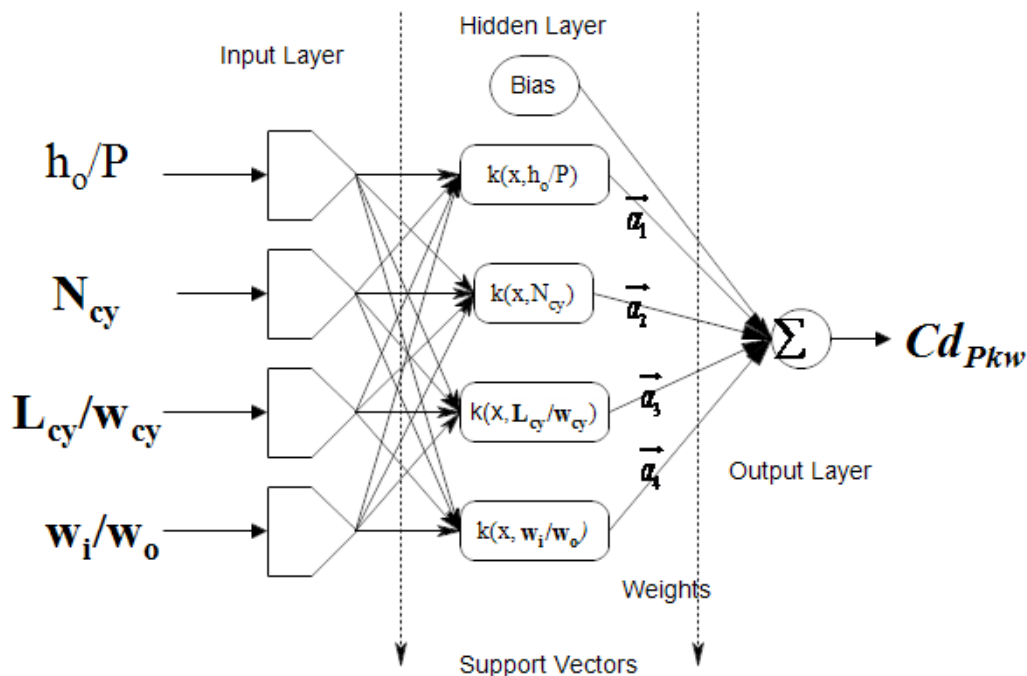
هسته خطی:  $K(x_i, x_j) = x_i^T x_j \quad ۱۱$

هسته چندجمله‌ای:  $K(x_i, x_j) = (x_i^T x_j + \gamma)^d, \quad \gamma > 0 \quad ۱۲$

هسته RBF:  $K(x_i, x_j) = \exp(-\gamma \|x_i - x_j\|^2), \quad \gamma > 0 \quad ۱۳$

هسته سیگموئید:  $k(x_i, x_j) = \tanh(\gamma x_i^T x_j + r), \quad \gamma > 0 \quad ۱۴$

در اینجا،  $C, \gamma, r$  و  $d$  پارامترهای هسته هستند. عملکرد (دقت تخمین) SVM به تنظیم مناسب پارامترهای فراساختاری، پارامترهای  $C, \gamma$  و  $r$  پارامترهای هسته بستگی دارد. انتخاب  $C, \gamma$  و  $r$  پیچیدگی مدل پیش‌بینی (رگرسیون) را کنترل می‌کند. (Daneshfaraz et al. 2021b; a; Norouzi et al. 2021)



شکل ۳. ساختار مدل ماشین بردار پشتیبان در تخمین ضریب دبی سرریز کلید پیانویی

Fig. 3. Structure of the support vector machine (SVM) model for estimating the discharge coefficient of the piano key weir

این مدل با هدف بهبود دقت و کارایی در تخمین پارامترهای هیدرولیکی مانند ضریب دبی به کار گرفته می‌شود. استفاده از توابع هسته مختلف به مدل این امکان را می‌دهد، تا روابط پیچیده بین متغیرهای ورودی و خروجی را به‌طور مؤثرتری مدل‌سازی کند.

### روش‌های مدل‌سازی و داده‌ها

مدل‌های یادگیری ماشین، مدل‌هایی داده‌محور هستند. این بدان معناست که برای استفاده از مدل‌های مذکور به منظور تخمین هر پدیده، ابتدا باید اطلاعات و داده‌های مرتبط با آن پدیده جمع‌آوری شود. در این پژوهش، از اطلاعات منتشرشده توسط اندرسون [۱۲] استفاده شده است. علاوه بر این، برای توسعه (کالیبراسیون: آموزش) و اعتبارسنجی مدل، داده‌ها باید به دو دسته، داده‌های آموزشی و داده‌های آزمایشی تقسیم شوند. با توجه به ماهیت مسئله، داده‌ها می‌توانند به صورت تصادفی به هر دسته اختصاص داده شوند. معمولاً ۸۰ درصد از داده‌ها به مرحله آموزش و مابقی داده‌ها (۲۰ درصد) به آزمون اختصاص می‌یابد. محدوده داده‌های مورد استفاده در مراحل آموزش و آزمون مدل در جدول (۱) ارائه شده است.

جدول ۱. محدوده داده‌های جمع‌آوری شده در رابطه با ضریب دبی سرریز کلید پیانویی

Table 1. Range of collected data related to the discharge coefficient of the piano key weir

محدوده	h <sub>o</sub> /P	w <sub>i</sub> /w <sub>o</sub>	N	L <sub>cy</sub> /W <sub>cy</sub>	C <sub>d</sub>
کمترین	۰/۰۵۲	۰/۶۷۰	۴	۴/۷۰۰	۰/۲۰۵
بیشترین	۰/۹۶۶	۱/۵۰۰	۴	۴/۷۰۰	۰/۵۳۵
میانگین	۰/۴۰۶	۱/۰۴۰	۴	۴/۷۰۰	۰/۳۶۴
پراکندگی	۰/۲۸۹	۰/۲۸۰	۰	۰	۰/۱۱۴

### شاخص‌های ارزیابی

در ادامه توسعه مدل‌های یادگیری ماشین نامبرده شده لازم است که عملکرد آنها در مراحل مختلف توسعه شامل آموزش و آزمایش ارزیابی شود. بدین منظور از شاخص‌های ضریب تبیین ( $R^2$ ) و ریشه میانگین مربعات خطا (RMSE) استفاده می‌شود. معادله مورد استفاده جهت محاسبه  $R^2$  در رابطه (۱۵) و RMSE در رابطه (۱۶) ارائه شده است.

$$R^2 = \left( \frac{\sum_{i=1}^n (O_i - \bar{O})(P_i - \bar{P})}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (O_i - \bar{O})^2} \sqrt{\sum_{i=1}^n (P_i - \bar{P})^2}} \right)^2 \quad 15$$

$$RMSE = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (O_i - P_i)^2}{n}} \quad 16$$

### نتایج و بحث

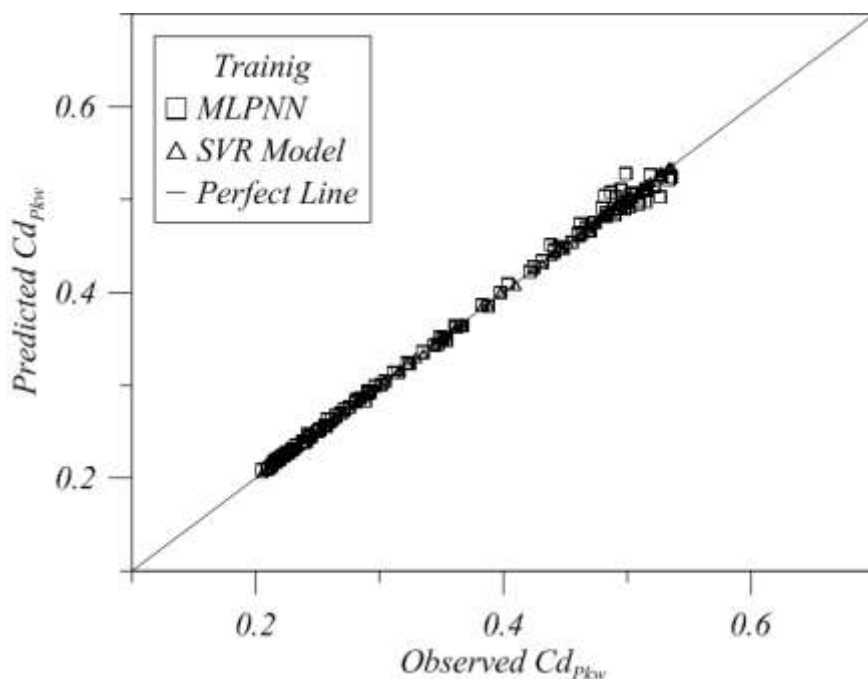
در این بخش، نتایج توسعه مدل‌های MLPNN و SVM ارائه شده است. اولین مرحله در مدل‌سازی آماده‌سازی داده‌ها است. مرحله بعدی تقسیم داده‌های جمع‌آوری‌شده به دو دسته آموزشی و آزمایشی است. در این پژوهش، ۸۰ درصد از داده‌ها به آموزش و بقیه به آزمایش اختصاص یافته است. مرحله بعدی طراحی و تعیین ساختار داخلی مدل‌های یادگیری ماشین است. در مورد شبکه‌های عصبی، تعیین تعداد لایه‌های پنهان، تعداد نورون‌ها در هر لایه و تابع فعال‌ساز حاکم بر هر نورون مرتبط است، و در مورد مدل ماشین بردار پشتیبان (SVM)، مهم‌ترین نکته تعیین نوع تابع هسته است. برای توسعه مدل‌های یادگیری ماشین، می‌توان از پارامترهای هد نسبی جریان ( $h_o/P$ )، نسبت عرض ورودی به خروجی کلید ( $w_i/w_o$ )، طول تاج به عرض کانال ( $L_{cy}/W_{cy}$ ) و همچنین تعداد کلیدها (N) به عنوان ورودی استفاده کرد. تعداد متغیرهای ورودی ۴ مورد است. بنابراین، در طراحی مدل متغیرهای ورودی می‌توان یک تا چهار پارامتر را در نظر گرفت. با این حال، برای معنی‌دار بودن شبیه‌سازی‌ها، سناریوهایی از مدل متغیرهای ورودی ارائه شده‌اند که از نظر هیدرولیکی معنی‌دار هستند و همچنین اهداف دیگری مانند تحلیل حساسیت مدل‌ها به متغیرهای ورودی را فراهم می‌کنند. ساختار مدل‌های MLPNN و مدل SVM توسعه‌یافته به ترتیب در شکل‌های (۲ و ۳) نشان داده شده است. مدل MLPNN توسعه‌یافته دارای دو لایه

پنهان است که در لایه پنهان اول چهار نورون و در لایه پنهان دوم آن دو نورون وجود دارد. در فرآیند توسعه مدل MLPNN، مشخص شد که تابع فعال‌ساز تانژانت سیگموئید عملکرد خوبی دارد. در فرآیند توسعه مدل SVM، مشخص شد که استفاده از تابع هسته شعاعی به بالاترین دقت مدل‌سازی منجر می‌شود. جدول (۲) سناریوهای بررسی شده را ارائه می‌دهد. همان‌طور که از این جدول مشخص است، در سطر اول آن، تمامی متغیرهای دخیل در الگوی متغیرهای ورودی مدل‌های یادگیری ماشین استفاده شده‌اند. نتایج مدل‌های MLPNN و SVM توسعه‌یافته براساس این سناریو در مقابل داده‌های مشاهده‌ای در هر دو مرحله توسعه شامل آموزش و آزمایش در شکل‌های (۴ و ۵) نشان داده شده‌اند. همان‌طور که از این شکل‌ها مشخص است نتایج شبیه‌سازی هر یک از دو مدل MLPNN و SVM در برابر داده‌های مشاهداتی در کنار خط برازش عالی نشان داده شده است. همان‌طور که مشخص است در هر دو مرحله آموزش و آزمایش، نتایج هر دو مدل حول خط برازش عالی متمرکز شده‌اند و پراکندگی خاصی مشاهده نمی‌شود. در این حالت، شاخص‌های آماری مدل‌های MLPNN و SVM به ترتیب در مرحله آموزش  $R^2=0.99$  و  $RMSE=0.002$  و  $R^2=0.99$  و  $RMSE=0.001$  هستند. در سطرهای بعدی این جدول، اثر حذف هر یک از پارامترهای ورودی بر شاخص‌های آماری مدل‌سازی بررسی شده است. همان‌طور که از بررسی سطر دوم این جدول مشخص است، با حذف پارامتر  $h_o/P$  از الگوی متغیرهای ورودی، شاخص‌های آماری هر دو مدل MLPNN و SVM تحت تأثیر قرار گرفته است (با  $R^2$  بیشتر و  $RMSE$  کمتر)، که نشان‌دهنده اهمیت این پارامتر در تخمین  $Cd$  سرریزهای کلید پیانویی است. بررسی اطلاعات ارائه‌شده در سطرهای دیگر این جدول نشان می‌دهد، که اثر حذف نسبت عرض ورودی به خروجی کلیدها ( $w_i/w_o$ ) نیز بیشتر از پارامترهای  $L_{cy}/W_{cy}$  و  $N$  است.

جدول ۲. شاخص‌های آماری مدل MLPNN و SVM برای تخمین  $Cd$  سرریزهای کلید پیانویی

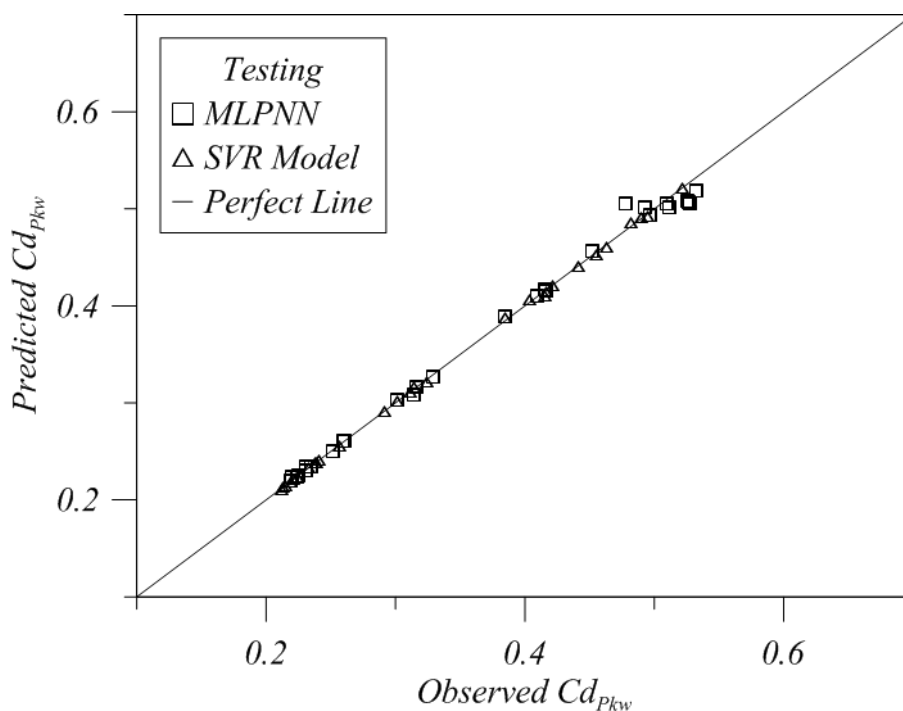
Table 2. Statistical indices of the MLPNN and SVM models for estimating the  $Cd$  of piano key weirs

Row	Inputs	Outputs	MLPNN				SVM			
			Training		Testing		Training		Testing	
			$R^2$	RMSE	$R^2$	RMSE	$R^2$	RMSE	$R^2$	RMSE
1	$h_o/P, w_i/w_o, L_{cy}/W_{cy}, N$		0.99	0.002	0.99	0.007	0.99	0.001	0.99	0.001
2	$w_i/w_o, L_{cy}/W_{cy}, N$		0.019	0.11	0.018	0.123	0.05	0.108	0.002	0.125
3	$h_o/P, L_{cy}/W_{cy}, N$	$Cd_{PKW}$	0.90	0.035	0.88	0.04	0.98	0.015	0.96	0.019
4	$h_o/P, w_i/w_o, N$		0.99	0.001	0.99	0.001	0.99	0.001	0.99	0.003
5	$h_o/P, w_i/w_o, L_{cy}/W_{cy}$		0.98	0.012	0.98	0.012	0.99	0.001	0.99	0.002



شکل ۴. نتایج مدل‌های MLPNN و SVM در برابر داده‌های مشاهده‌ای در مرحله آموزش

Figure 4. Results of MLPNN and SVM models versus observed data in the training phase



شکل ۵. نتایج مدل‌های MLPNN و SVM در برابر داده‌های مشاهده‌ای در مرحله آزمون  
 Fig. 5. Results of MLPNN and SVM models versus observed data in the testing phase

#### مقایسه با تحقیقات پیشین

همانطور که گفته شد تخمین دبی جریان عبوری از روی سرریزهای کلید پیانویی در بررسی عملکرد این سرریزها بسیار با اهمیت است. لذا در این راستا محققین مختلف به توسعه مدل‌های قدرتمند هوش مصنوعی به جهت تخمین ضریب دبی این نوع از سرریزها پرداخته‌اند. به عنوان نمونه (Hamed and Elshaarawy 2025) به تخمین دبی عبوری از روی این نوع از سرریزها با استفاده از مدل MLPNN و GEP پرداختند. ضریب تبیین مدل MLPNN و GEP در مرحله آزمایش به ترتیب برابر با ۰/۹۹ و ۰/۹۳ حاصل شد. و تحلیل حساسیت مدل‌های توسعه داده شده با استفاده از روش SHAPE نشان می‌دهد که هد نسبی بالا دست بیشترین تأثیر و در ادامه نسبت عرض کلید ورودی به خروجی بیشتر تأثیر را در دقت مدلسازی دارد. مقایسه عملکرد مدل‌های MLPNN و GEP با مدل‌های توسعه داده شده در این تحقیق نشان می‌دهد که دقت مدلسازی مدل‌ها تقریباً با یکدیگر برابر هستند و نتیجه آنتایز حساسیت هم با یکدیگر همخوانی دارد. (Alam et al. 2025) به تخمین ضریب دبی سرریزهای کلید پیانویی نوع A با استفاده از مدل‌های MLPNN و ANFIS پرداختند. آنها از طول تاج نسبی ( $L/W$ )، هد نسبی ( $H/P$ )، نسبت عرض کلید ورودی و خروجی ( $Wi/Wo$ )، ارتفاع نسبی سرریز ( $P/Wu$ ) و عرض نسبی سرریز ( $B/P$ ) به عنوان متغیرهای پیش‌بینی‌کننده استفاده نمودند. نتایج تحقیقات آنها نشان داد که مدل‌های نامبرده شده دارای دقت مناسبی در تخمین ضریب دبی هستند علاوه بر این آنالیز حساسیت مدل‌های نیز تایید میکند که هد نسبی و همچنین نسبت عرض کلید‌های ورودی به خروجی مهمترین پارامترها در دقت مدلسازی هستند که با نتایج بدست آمده در این تحقیق همخوانی دارد.

#### نتیجه‌گیری

در این پژوهش، مدل‌های یادگیری ماشین شامل شبکه عصبی پرسپترون چندلایه (MLPNN) و ماشین بردار پشتیبان (SVM) برای تخمین ضریب دبی سرریزهای کلید پیانویی توسعه داده شدند. نتایج نشان داد که هر دو مدل از دقت بالایی برخوردار هستند، به طوری که شاخص‌های آماری  $RMSE=0.002$  و  $R^2=0.99$  برای MLPNN و  $RMSE=0.001$  و  $R^2=0.99$  برای SVM در مرحله آموزش حاصل شد. تحلیل حساسیت مدل‌ها نشان داد که پارامتر نسبت ارتفاع جریان به ارتفاع سرریز ( $ho/P$ ) بیشترین تأثیر را در تخمین  $Cd$  دارد و حذف آن منجر به کاهش قابل توجه دقت مدل‌ها می‌شود. همچنین، پارامتر نسبت عرض ورودی به خروجی کلیدها ( $wi/wo$ ) نیز تأثیر قابل توجهی بر نتایج مدلسازی داشت. این یافته‌ها نشان می‌دهد که انتخاب مناسب پارامترهای ورودی و ساختار مدل‌های محاسبات

نرم می‌تواند به بهبود دقت تخمین پارامترهای هیدرولیکی کمک کند. در نهایت، استفاده از مدل‌های MLPNN و SVM به‌عنوان ابزارهای قدرتمند در مهندسی آب برای پیش‌بینی رفتار سرریزهای کلید پیانویی پیشنهاد می‌شود. این مدل‌ها نه تنها دقت بالایی دارند، بلکه امکان تحلیل حساسیت و بهینه‌سازی پارامترهای طراحی را نیز فراهم می‌کنند.

## منابع

- Abhash, A., & Pandey, K. K. (2022). A review of piano key weir as a superior alternative for dam rehabilitation. *ISH Journal of Hydraulic Engineering*, 28(sup1), 541-551.
- Alam, J., Muzzammil, M., & Raza, M. A. (2025). Prediction of coefficient of discharge (CPK) of A-type piano key weir using ANN and hybrid ANFIS models. *Modeling Earth Systems and Environment*, 11(3), 224.
- Anderson, R. M., & Tullis, B. P. (2013). Piano key weir hydraulics and labyrinth weir comparison. *Journal of Irrigation and Drainage Engineering*, 139(3), 246-253.
- Bijanvand, S., Asgharzadeh-Bonab, A., Parsaie, A., & Afaridegan, E. (2025). Enhanced prediction of discharge coefficients in Harmonic Plan Circular Weirs using advanced machine learning and ensemble techniques. *Flow Measurement and Instrumentation*, 102, 102812.
- Daneshfaraz, R., Aminvash, E., Ghaderi, A., Abraham, J., & Bagherzadeh, M. (2021). SVM performance for predicting the effect of horizontal screen diameters on the hydraulic parameters of a vertical drop. *Applied sciences*, 11(9), 4238.
- Daneshfaraz, R., Aminvash, E., Mirzaee, R., & Abraham, J. (2021). Predicting the energy dissipation of a rough sudden expansion rectangular stilling basins using the SVM algorithm. *Journal of Applied Research in Water and Wastewater*, 8(2), 98-106.
- Haghiabi, A. H., Parsaie, A., & Ememgholizadeh, S. (2018). Prediction of discharge coefficient of triangular labyrinth weirs using Adaptive Neuro Fuzzy Inference System. *Alexandria Engineering Journal*, 57(3), 1773-1782.
- Hamed, A. K., & Elshaarawy, M. K. (2025). Soft computing approaches for forecasting discharge over symmetrical piano key weirs. *AI in Civil Engineering*, 4(1), 6.
- Hay, N., & Taylor, G. (1970). Performance and design of labyrinth weirs. *Journal of the Hydraulics Division*, 96(11), 2337-2357.
- Khanh, M. H. T. (2013). The Piano Key Weirs: 15 years of research & development—prospect. *Labyrinth and piano key weirs II*, 3.
- Khode, B. V., Tembhurkar, A. R., Porey, P. D., & Ingle, R. N. (2012). Experimental studies on flow over labyrinth weir. *Journal of Irrigation and Drainage Engineering*, 138(6), 548-552.
- Leite Ribeiro, M., Bieri, M., Boillat, J. L., Schleiss, A. J., Singhal, G., & Sharma, N. (2012). Discharge capacity of piano key weirs. *Journal of Hydraulic engineering*, 138(2), 199-203.
- Lempérière, F., & Ouamane, A. (2003). The Piano Keys weir: a new cost-effective solution for spillways. *International Journal on Hydropower & Dams*, 10(5), 144-149.
- Mirkhorli, P., Ghaderi, A., MohammadNezhad, H., Mohammadi, M., & Kisi, O. (2025). Hydraulic Behavior and Energy Dissipation in Piano Key Weirs vs. Rectangular Labyrinth Weirs: A Comparative Study. *Flow Measurement and Instrumentation*, 102830.
- Norouzi, R., Sihag, P., Daneshfaraz, R., Abraham, J., & Hasannia, V. (2021). Predicting relative energy dissipation for vertical drops equipped with a horizontal screen using soft computing techniques. *Water Supply*, 21(8), 4493-4513.
- Parsaie, A. and Najafian, S. (2024). Mathematical Expression of Energy Dissipation of Flow over Stepped Spillways Using Genetic Programming. *Applied Research in Water Engineering*, 2(1), 97-110. doi: 10.22034/arwe. 2024. 2039932.1023
- Parsaie, A., & Haghiabi, A. H. (2017). Support Vector Machine to predict the discharge coefficient of Sharp crested w-planform weirs. *AUT Journal of Civil Engineering*, 1(2), 195-204.
- Yıldız, A., Marti, A. İ., & Göğüş, M. (2024). The hydraulic investigation of harmonic plan weirs. *Flow Measurement and Instrumentation*, 95, 102512.